Урок №28 (18.04.2007)
Трансформатор.

1. *Явление взаимной индукции.*

Предположим у нас есть две катушки индуктивности 1 и 2, расположенные так, что возникающий в первой катушке магнитный поток проходит через витки второй.

Если сила тока I_1 в контуре 1 изменяется, то в контуре 2, не содержащем источника тока, возникает индуцированное поле, характеризуемое *ЭДС взаимной индукции* ε_{12}.

По закону Фарадея $\varepsilon_{12} = -\dfrac{\Delta\Phi_{21}}{\Delta t}$, где Φ_{21}– поток магнитной индукции, который создается магнитным полем тока I_1 и пронизывает площадь поверхности, охватываемой контуром 2. При этом магнитный поток Φ_{21} пропорционален силе тока I_1:

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1,$$

где M_{21} называется *взаимной индуктивностью* второго и первого контуров. Коэффициент M_{21} зависит от геометрии витков, их взаимного расположения, а также от магнитной проницаемости среды, в которой находятся контуры.

Можно доказать, что $M_{21} = M_{12}$. Поэтому взаимную индуктивность просто обозначают буквой M.

2. *Трансформатор.*

Тема даётся по статье А.Дозорова «Зачем трансформатору сердечник?», «Квант» 1976, №7

Простейший трансформатор устроен так: две катушки индуктивности намотаны на один сердечник. При этом первая катушка (будем её обозначать «1» или первичная обмотка) подсоединяется к генератору переменного синусоидального напряжения. Устройство, потребляющее энергию (*нагрузка*), подключается ко второй (или вторичной) обмотке. Обе обмотки пронизываются одним и тем же переменным магнитным потоком.

В первой обмотке при этом возникает ЭДС индукции $\varepsilon_1 = -n_1 \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, а во вторичной – $\varepsilon_2 = -n_2 \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Сначала предположим, что вторичная обмотка разомкнута (холостой ход), и что активное сопротивление обмоток (особенно первичной r) очень мало, по сравнению с её индуктивным сопротивлением. В этом случае согласно закону Ома в первичной обмотке $u_1 + \varepsilon_1 = i_1 r = 0$. Откуда $u_1 = -\varepsilon_1$. При разомкнутой вторичной обмотке $i_2 = 0$ и, аналогично, $u_2 = -\varepsilon_2$. Таким образом, для действующих значений $\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \dfrac{n_2}{n_1}$.

Отношение напряжений на первичной и вторичной обмотке называется *коэффициентом трансформации*.

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\right| = \frac{n_2}{n_1} = k\,.$$

Сама формула называется *формула трансформатора*.

Нагруженный трансформатор

Рассмотрим теперь трансформатор, подключённый к нагрузке. Причём будем считать, что нагрузка представляет из себя активное сопротивление R. В этом случае во вторичном контуре будет идти ток, который в свою очередь создаст магнитный поток, противоположный начальному. Суммарный магнитный поток станет меньше и ЭДС самоиндукции в первичном контуре уже не будет равна внешнему напряжению – в первичной обмотке пойдёт ток и, следовательно, источник напряжения начнёт совершать работу.

Теперь можно говорить о КПД трансформатора, т.е. об отношении переданной мощности к потребляемой. Хотелось бы, чтобы КПД был как можно выше. Но переданная мощность максимальна, если коэффициент мощности $\cos\phi \approx 1$. В этом случае $U_{01}I_{01} = U_{02}I_{02}$ (амплитудные значения). Тогда

$$\frac{U_{02}}{U_{01}} = \frac{I_{01}}{I_{02}} = \frac{n_2}{n_1}\,.$$

Тут уже текут токи, зависящие от индуктивности, нагрузки и т.д. Попытаемся посчитать их…

Вспомним, что индуктивность соленоида равна $L = \mu_0 \mu n^2 S / l$. Проводя аналогичный вывод для взаимной индуктивности, можно показать, что $M = \mu_0 \mu n_1 n_2 S / l$, откуда

$$M = \frac{n_2}{n_1} L_1 = \frac{n_1}{n_2} L_2 = pL_2\,,$$

где $p = \dfrac{n_1}{n_2}$.

Теперь запишем правила Кирхгофа для первичной и вторичной обмоток.

Для первичной обмотки: $u_1 + e_1' + e_1'' = 0$, где $u_1 = U_0 \sin\omega t$ – ЭДС генератора, приложенная к первичной обмотке; $e_1' = -L_1 \dfrac{\Delta i_1}{\Delta t} = -pM \dfrac{\Delta i_1}{\Delta t}$ – ЭДС самоиндукции первичного контура; $e_1'' = -M \dfrac{\Delta i_2}{\Delta t}$ – ЭДС взаимной индукции.

Итак, для первичной цепи:

$$U_0 \sin\omega t - pM \frac{\Delta i_1}{\Delta t} - M \frac{\Delta i_2}{\Delta t} = 0\,.$$

Для вторичной цепи, аналогично получим:

$$-\frac{1}{p}M\frac{\Delta i_2}{\Delta t}-M\frac{\Delta i_1}{\Delta t}=Ri_2 .$$

Предположим, что $i_1 = I_1\sin\left(\omega t+\alpha_1\right)$, а $i_2 = I_2\sin\left(\omega t+\alpha_2\right)$. В этом случае для бесконечно малых времён Δt: $\frac{\Delta i_{1,2}}{\Delta t}=\frac{di_{1,2}}{dt}=I_{1,2}\omega\cos\left(\omega t+\alpha_{1,2}\right)$ и система уравнений приобретает вид:

$$\begin{cases} pMI_1\omega\cos\left(\omega t+\alpha_1\right)+MI_2\omega\cos\left(\omega t+\alpha_2\right)-U_0\sin\omega t=0 \\ \frac{1}{p}MI_2\omega\cos\left(\omega t+\alpha_2\right)+MI_1\omega\cos\left(\omega t+\alpha_1\right)-RI_2\sin\left(\omega t+\alpha_2\right)=0 \end{cases}.$$

Решая эту систему, получаем:

$$I_1=\frac{U_0}{p^2R}\sqrt{1+\left(\frac{pR}{M\omega}\right)^2} ,$$

$$I_2=\frac{U_0}{pR},$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1=-\frac{pR}{M\omega},$$

$$\alpha_2=-\pi .$$

Итак, подставляя токи в полученное выше отношение, получаем:

$$\frac{I_{01}}{I_{02}}=\frac{1}{p}\sqrt{1+\left(\frac{pR}{M\omega}\right)^2} .$$

Это выражение равно «идеальному» $\frac{I_{01}}{I_{02}}=\frac{1}{p}$ при $\frac{R}{M\omega}\to 0$, т.е. (подставляя выражение для M) при соблюдении минимальности выражения:

$$\frac{R}{M\omega}=\frac{Rl}{\mu_0\mu Sn_1n_2\omega}\to 0 .$$

Таким образом, трансформатор можно считать идеальным если:

- магнитная проницаемость сердечника очень велика $\left(\mu\to\infty\right)$;
- частота переменного тока велика $\left(\omega\to\infty\right)$;
- число витков в первичной и вторичной обмотке велико, но при этом активное сопротивление первичной обмотки мало;
- длина катушек минимальна, т.е. обмотки намотаны плотно.

3. Области применения трансформаторов.

- Передача электроэнергии на расстояние
- Согласование сопротивлений